

TD 3. Optimisation sous contraintes mixtes

Exercice 1. On s'intéresse aux extrema de la fonction $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2$ sous les contraintes

$$\begin{cases} xy \geq 2 \\ y \leq -2x + 5 \end{cases}$$

1. Tracer le domaine admissible.
 2. Étudier la qualification des contraintes.
 3. Trouver tous les extrema de f et donner leur nature.
-

Exercice 2. On s'intéresse au extrema globaux de la fonction $f : x \in \mathbb{R}^n \mapsto \|x\|^2$ sur le domaine admissible

$$K = \left\{ x \in \mathbb{R}^n, \forall 1 \leq i \leq n, x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}.$$

1. Étudier la qualification des contraintes.
 2. Déterminer les points critiques du lagrangien.
 3. Conclure.
-

Exercice 3. On s'intéresse au problème de minimisation $\min_{(x,y) \in K} y - x^3$, où le domaine admissible K est défini par

$$K = \{(x, y) \in [0, 1]^2, (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 1\}.$$

1. Tracer le domaine admissible.
 2. Montrer l'existence de solution à ce problème.
 3. Étudier la qualification des contraintes.
 4. Résoudre le problème de KKT associé et conclure.
-

Exercice 4. Résoudre le problème d'optimisation $\min_{(x,y) \in K} x(1 + y^2)$ sous la contrainte

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 1 - \frac{x^2}{4} \end{cases}$$
