

## TD 3. Optimisation sous contraintes mixtes

---

**Exercice 1.** On s'intéresse aux extrema de la fonction  $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2$  sous les contraintes

$$\begin{cases} xy \geq 2 \\ y \leq -2x + 5 \end{cases}$$

1. Tracer le domaine admissible.
  2. Étudier la qualification des contraintes.
  3. Trouver tous les extrema de  $f$  et donner leur nature.
- 

**Exercice 2.** Résoudre le problème d'optimisation  $\min_{(x,y) \in K} x(1 + y^2)$  sous la contrainte

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 1 - \frac{x^2}{4} \end{cases}$$

**Exercice 3.** On s'intéresse au extrema globaux de la fonction  $f : x \in \mathbb{R}^n \mapsto \|x\|^2$  sur le domaine admissible

$$K = \left\{ x \in \mathbb{R}^n, \forall 1 \leq i \leq n, x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}.$$

1. Étudier la qualification des contraintes.
  2. Déterminer les points critiques du lagrangien.
  3. Conclure.
- 

**Exercice 4.** On s'intéresse au problème de minimisation  $\min_{(x,y) \in K} y - x^3$ , où le domaine admissible  $K$  est défini par

$$K = \left\{ (x, y) \in [0, 1]^2, (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 1 \right\}.$$

1. Tracer le domaine admissible.
  2. Montrer l'existence de solution à ce problème.
  3. Étudier la qualification des contraintes.
  4. Résoudre le problème de KKT associé et conclure.
-