

TD Taylor

Exercice 1. On considère $f : x \mapsto \arctan(x)$. Calculer f' et f'' . En déduire le développement limité à l'ordre 2 de f en 0 et en 1.

Exercice 2. Faire une représentation graphique au voisinage de 0 de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{1-x} + \cos(x)$$

Exercice 3. Calculer le polynôme de Taylor d'ordre 1 au voisinage de 0, des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sin(e^x - 1) \quad g(x) = \frac{1 + 3x - 2x^2}{(x-1)^2} \quad k(x) = \frac{\sin(e^x - 1)}{x}.$$

Exercice 4. Calculer le polynôme de Taylor d'ordre 2 au voisinage de 0, des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{\cos(x)} & g(x) &= \ln(1+x^2) & h(x) &= \sqrt{1-x^2}, & k(x) &= \ln(\cos(x)), \\ f(x) &= (1+2x)^3, & g(x) &= e^x \cos(x), & h(x) &= \sqrt{1+\cos(x)}, & k(x) &= \frac{1}{\sqrt{1+x}}. \end{aligned}$$

Exercice 5. Calculer les limites suivantes en utilisant les polynômes de Taylor d'ordre 1 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x)}{x - \pi}.$$

Exercice 6. Calculer les limites suivantes en utilisant les polynômes de Taylor d'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos(x)}, & \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{\ln(x+1) - x}, & \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - x/2}{x^2}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^2}, & \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\arcsin(x)} - \frac{1}{x} \right), & \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{(x-1)^2}. \end{aligned}$$

Exercice 7. Calculer $\sqrt{1,02}$ avec une précision de $5 \cdot 10^{-5}$. On pourra considérer la fonction $f(x) = \sqrt{1+x}$.