

# TD Dérivation

**Exercice 1.** Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : x &\mapsto 1, & g : x &\mapsto x, & h : x &\mapsto x^2, \\ f : x &\mapsto \frac{1}{x}, & g : x &\mapsto \frac{1}{x^2}, & h : x &\mapsto \sqrt{x}, \\ f : x &\mapsto x^n, & g : x &\mapsto \frac{1}{x^n}, & h : x &\mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

**Exercice 2.** Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : x &\mapsto (1+x)^{42}, & g : x &\mapsto \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}, & h : x &\mapsto \frac{1}{1+x}, \\ f : x &\mapsto \sqrt{x+x^2}, & g : x &\mapsto \frac{1+x}{2+x}, & h : x &\mapsto \frac{x^2+2}{x^3+3}, \\ f : x &\mapsto \frac{1}{(1+x)^2}, & g : x &\mapsto (5+2x)^3, & h : x &\mapsto \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{2+x}}, \\ f : x &\mapsto \sqrt{x^3+3x^2+1}, & g : x &\mapsto \frac{5x^2-2x+4}{x^2-3}, & h : x &\mapsto \frac{x}{\sqrt{x-1}}. \end{aligned}$$

**Exercice 3.** Soient  $f$ ,  $g$  et  $h$  trois fonctions dérivables sur  $I$ . Calculer la dérivée de  $fgh$ .

**Exercice 4.** Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : x &\mapsto (1+x)\sin(x), & g : x &\mapsto \sin(x)\cos(x), & h : x &\mapsto \ln(\sin(x)), \\ f : x &\mapsto x \arctan(x), & g : x &\mapsto \arctan^2(x), & h : x &\mapsto x^2 e^x, \\ f : x &\mapsto x \sin(x) e^x, & g : x &\mapsto \sin(42x), & h : x &\mapsto \sin(1/x), \\ f : x &\mapsto \sin(x) \ln(x), & g : x &\mapsto \frac{\cos(x)}{\sin(x)}, & h : x &\mapsto \ln(1+x), \\ f : x &\mapsto \sin^2(x), & g : x &\mapsto \ln(e^x), & h : x &\mapsto \ln(\sqrt{1+x}), \\ f : x &\mapsto e^{\cos(2x)}, & g : x &\mapsto \arctan(\sqrt{e^x-1}), & h : x &\mapsto e^{ax+b}, \\ f : x &\mapsto e^x \arcsin(x), & g : x &\mapsto \frac{1}{\sin(x)}, & h : x &\mapsto \sin(1+x). \end{aligned}$$

**Exercice 5.** Calculer les limites suivantes en utilisant la définition de la dérivée :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}.$$

**Exercice 6.**  $\spadesuit$  Etudier la convergence de la suite  $u_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ . Indice : faire apparaître les fonction  $\exp$  et  $\ln$  et poser  $x = 1/n$ .

**Exercice 7.**  $\spadesuit$  Sur quel ensemble la fonction  $f : x \mapsto \arctan(x) + \arctan(1/x)$  est-elle définie et dérivable ? Calculer sa dérivée. En déduire une simplification de  $f$ .