

TD "Mise en jambes"

Quelques rappels pour bien commencer l'année.

Exercice 1 (Une limite n'existe pas nécessairement.). Soit $f :]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $\forall x \in]0, 1], f(x) = \sin(1/x)$. Tracer l'allure de cette fonction. Admet-elle une limite en 0 ?

Exercice 2 (Continuité?). Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x+1$ si $x < 2$, $f(x) = 3 \sin(\pi x/4)$ si $x > 2$, et $f(2) = 0$. Admet-elle des limites à gauche et à droite en 2 ? Ces limites sont-elles égales ? Sont-elles égales à $f(2)$?

Exercice 3. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+3} - 3}{x - 2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 1}{x^3 + 2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5+x} - \sqrt{x-3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - x + 3}{1 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x^2 + 1}.$$

Exercice 4 (Compositions.). Expliciter $f \circ g$ et $g \circ f$ dans les cas suivants :

- 1) $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x - 1$; 2) $f(x) = 2x$, $g(x) = \sin(x)$; 3) $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $g(x) = 3$.