

## TD "Mise en jambes"

*Quelques rappels pour bien commencer l'année.*

**Exercice 1** (Une limite n'existe pas nécessairement.). Soit  $f : ]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  définie par :  $\forall x \in ]0, 1], f(x) = \sin(1/x)$ . Tracer l'allure de cette fonction. Admet-elle une limite en 0 ?

**Exercice 2** (Continuité?). Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = x+1$  si  $x < 2$ ,  $f(x) = 3 \sin(\pi x/4)$  si  $x > 2$ , et  $f(2) = 0$ . Admet-elle des limites à gauche et à droite en 2 ? Ces limites sont-elles égales ? Sont-elles égales à  $f(2)$  ?

**Exercice 3.** Calculer les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}, & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+3} - 3}{x - 2}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 1}{x^3 + 2}, & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}, & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{x}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5+x} - \sqrt{x-3}, & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - x + 3}{1-x} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}, & \lim_{x \rightarrow +\infty} x \rightarrow +\infty \frac{x-2}{x^2 + 1}. \end{array}$$

**Exercice 4** (Compositions.). Expliciter  $f \circ g$  et  $g \circ f$  dans les cas suivants :

- 1)  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = x - 1$ ;    2)  $f(x) = 2x$ ,  $g(x) = \sin(x)$ ;    3)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ,  $g(x) = 3$ .