

université de BORDEAUX	ANNEE UNIVERSITAIRE 2017/2018 Devoir surveillé PARCOURS/ETAPE : Code UE : 4TPV102U Epreuve : Mathématiques Date : Janvier 2018 Durée : 1h30 Documents : non autorisés	Collège Sciences et Technologies
-----------------------------------	--	---

Exercice 1 (4 pts)

(a) Dériver les fonctions suivantes

$$1) f(x) = e^{x^2} \quad 2) h(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}$$

(b) En revenant à la définition de la dérivée, calculer les limites suivantes

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2}$$

Exercice 2 (5 pts)

(a) Donner les primitives de $f(x) = 3x^3 + \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

(b) Calculer intégrale $\int_0^1 x e^x dx$ par la méthode d'intégration par partie.

(c) A l'aide du changement de variables $u = \sqrt{x}$, calculer

$$I = \int_0^{(\pi/6)^2} \frac{\sin(\sqrt{x}) \cos^3(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

Exercice 3 (4 pts)

(a) Ecrire le développement limité à l'ordre 2 en $x_0 = 0$ des fonctions

$$1) f(x) = e^{2x} \quad 2) g(x) = \sqrt{1+4x}$$

(b) Calculer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - e^{2x}}{x^2}$$

Exercice 4 (5 pts)

(a) Déterminer les solutions aux problèmes homogènes suivants

$$1) y'(x) + xy(x) = 0 \quad 2) y'(x) = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} y(x)$$

(b) On considère le problème non homogène suivant

$$(E) \quad xy'(x) - 2xy(x) = 2x$$

(i) Réécrire sous la forme $y'(x) = a(x)y(x) + b(x)$ puis donner l'ensemble des solutions du problème homogène

$$(E_0) \quad y'(x) = a(x)y(x)$$

(ii) Trouver une solution particulière de (E) avec une méthode du cours. Trouver l'ensemble des solutions de (E).

(iii) Donner la solution de (E) qui satisfait la condition initiale $y(0) = 3$.

Exercice 5 (5 pts)

- (a) Déterminer toutes les solutions de l'équation différentielle

$$(E_0) \quad y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0$$

- (b) Trouver une solution particulière $y_p(x)$ de l'équation différentielle

$$(E) \quad y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 10x + 4$$

sous la forme $y_p(x) = Ax + B$, avec $A, B \in \mathbb{R}$

- (c) Donner l'ensemble des solutions de (E).